

# Liggers in 2 fasen

## 1. Situering

Vandaag worden meer en meer liggers gedeeltelijk op voorhand gestort alvorens op de bouwplaats geplaatst te worden. Ter plaatse wordt dan een bijkomende balk, plaat of druklaag gestort.

Deze methode kent een aantal voordelen:

- De geprefabriceerde elementen zijn vaak van een hogere betonkwaliteit en worden onderworpen aan strengere controles.
- De op voorhand gestorte of geprefabriceerde sectie kan in sommige gevallen benut worden om reeds een deel van de belasting te dragen, zonder dat er bijkomende stutten geplaatst worden.

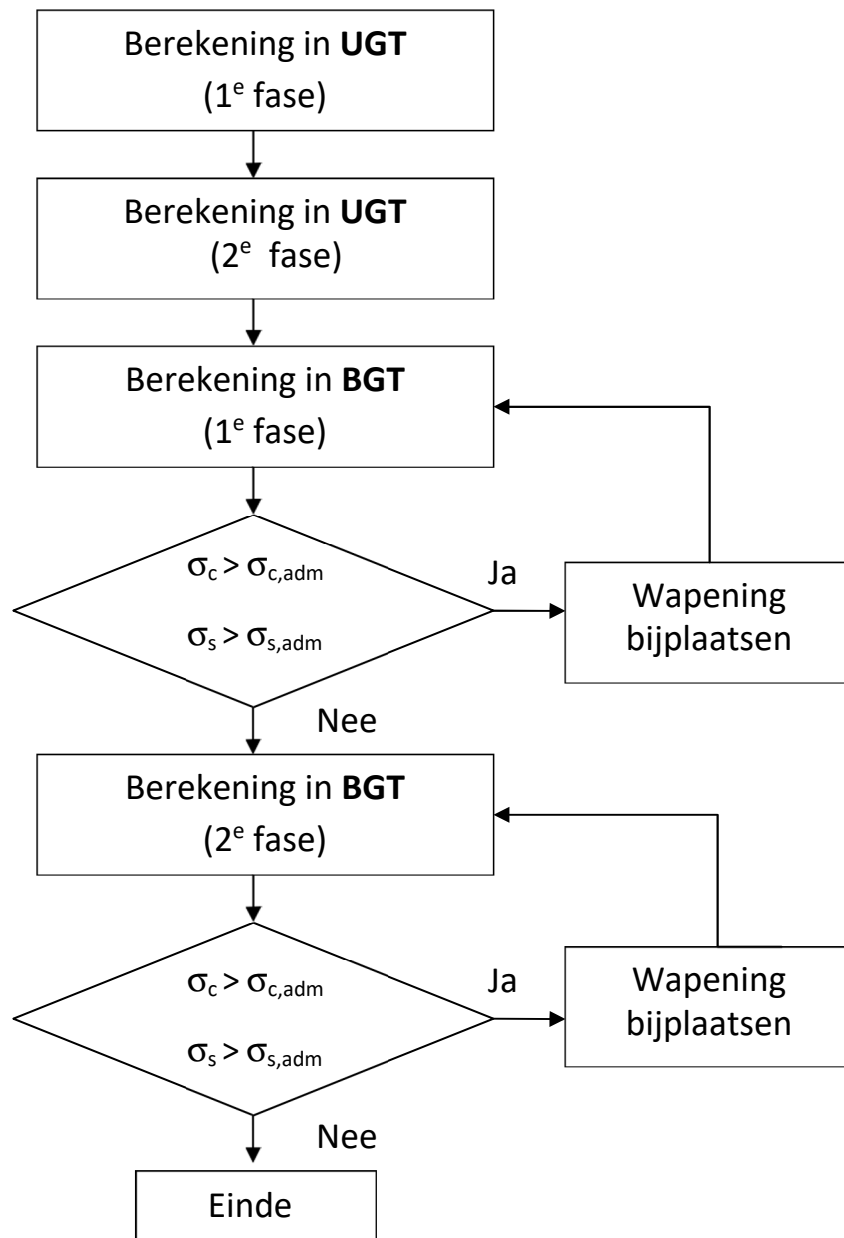
Als voorbeeld bekijken we het ontwerp van een **ribbenvloer**. We nemen aan dat de liggers gedeeltelijk geprefabriceerd worden per overspanning en dat deze geprefabriceerde liggers isostatisch belast worden met hun eigengewicht en het natte beton van de opgestorte plaat. Eens de constructie volstort en verhard, werkt de volledige sectie in een hyperstatische constructie (doorlopende ligger).



## 2. Werkwijze

De berekening van de langswapening gebeurt in 4 stappen:

- STAP 1: Berekening in UGT, 1<sup>e</sup> fase  
In de eerste stap worden de liggers isostatisch opgelegd en berekent ConCrete de benodigde hoeveelheid langswapening in de uiterste grenstoestand. We rekenen vanzelfsprekend met de doorsnede ( $h_1$ ), betonkwaliteit ( $f_{ck}$ ) en belastingen van 1ste fase.
- STAP 2: Berekening in UGT, 2<sup>e</sup> fase  
In een volgende stap veronderstellen we de ligger hyperstatisch. Alle belastingen die op de uiteindelijke constructie aangrijpen, worden in rekening gebracht. Eventuele belastingen die enkel aanwezig zijn in eerste fase, worden niet meegerekend. Uiteraard rekt men hier met de volledige doorsnede.
- STAP 3: Berekening in GGT, 1<sup>e</sup> fase  
Vervolgens wordt een controle uitgevoerd van de gebruiksgrenstostanden. In deze fase wordt onder andere nagegaan of de drukspanningen in het beton en de trekspanningen in het staal niet overschreden worden in GG QP en GG ZC. In deze stap beschouwt men de ligger opnieuw isostatisch en rekt men wederom met de belastingen van 1ste fase. Voldoen de spanningen niet, dan vermeerdert ConCrete iteratief de onderwapening.
- STAP 4: Berekening in GGT, 2<sup>e</sup> fase  
Tot slot worden de spanningen gecontroleerd in de uiteindelijke fase (hyperstatische ligger). ConCrete vermeerdert daarbij de spanningen uit stap 3 met de spanningen die zijn opgewekt ten gevolge van de bijkomende belasting (belasting 2de fase – belasting 1ste fase). De langswapeningen ter hoogte van de tussensteunpunten uit stap 2 worden bij een ontoereikende sectie met een evengrote bijdrage vermeerderd. In de velden wordt in eerste instantie een bovenwapening voorzien die even groot is als de extra trekwapening uit stap 3. Worden de spanningen nog overschreden, dan wordt de trek- en drukwapening iteratief verhoogd tot de ligger aan alle criteria voldoet.



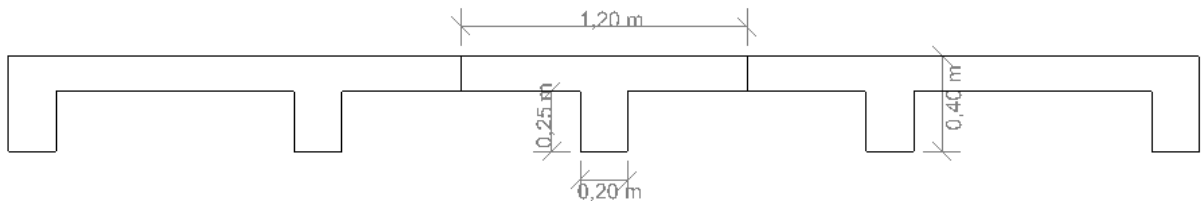
Stroomschema

### 3. Rekenvoorbeeld

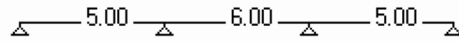
#### 3.1. Situering

We verduidelijken de bovenstaande filosofie aan de hand van een praktisch voorbeeld. Veronderstel een ribbenvloer met volgende afmetingen:

- Doorsnede



- Langszicht



De uitvoer gebeurt als volgt:

- In een eerste fase worden de liggers met rechthoekige sectie op atelier of op de werf gestort. Er wordt een betonkwaliteit C30/35 geëist.
- Eens voldoende verhard worden deze op de ondersteuning geplaatst. Na aanbrengen van de bekisting, welke bestaat uit betonnen platen, wordt de plaat gestort. We nemen voor de eenvoud aan dat de bekistingsplaatjes samenwerken met de gestorte plaat. De plaat wordt uitgevoerd met een lagere betonkwaliteit C25/30.

Ribbenvloeren dragend in één richting kunnen berekend worden als T- balken. Enige voorzichtigheid is geboden bij de bepaling van de flensbreedte. De norm (ENV 1992-1-1 §5.3.2.1<sup>1</sup>) definieert daarom een meewerkende flensbreedte  $b_{eff}$ . Voor een symmetrische T-balk wordt  $b_{eff}$  berekend als volgt:

$$b_{eff} = \min\left(b_w + \frac{l_0}{5}, b\right)$$

met

$b_w$  breedte van het lijf

$l_0$  de afstand tussen de momentnulpunten

Voor randoverspanning:  $l_0 = 0,85 \cdot l = 0,85 \cdot 5m = 4,25m$

Voor overspanning midden:  $l_0 = 0,7 \cdot l = 0,7 \cdot 6m = 4,2m$

$b$  de beschikbare of werkelijke flensbreedte van de T- ligger.

<sup>1</sup> In de huidige norm (EN 1992-1-1 §5.3.2.1) is de formule voor de meewerkende breedte  $b_{eff}$  een beetje aangepast. Met deze formule zou je een  $b_{eff} = 1,2m$  bekomen, wat in het kader van deze oefening m.b.t. de lasten iets minder interessant is.

Om de berekeningen eenvoudig te houden, willen we voor alle balken een dezelfde meewerkende flensbreedte  $b_{eff}$ . We kiezen daarom  $l_0 = 4,2m$ , zodat:

$$b_{eff} = \min\left(b_w + \frac{l_0}{5}, b\right) = \min\left(0,2m + \frac{4,2m}{5}, 1,2m\right) = 1,04m$$

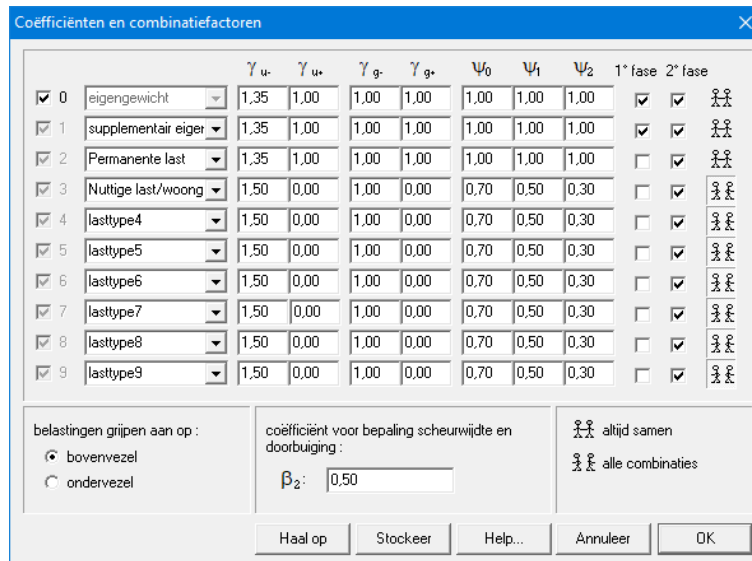
De doorsnedekarakteristieken van de T-balk zijn nu gekend. We vervolledigen het onderstaande dialoogvenster:

De betonkwaliteiten worden gedefinieerd in dit venster .

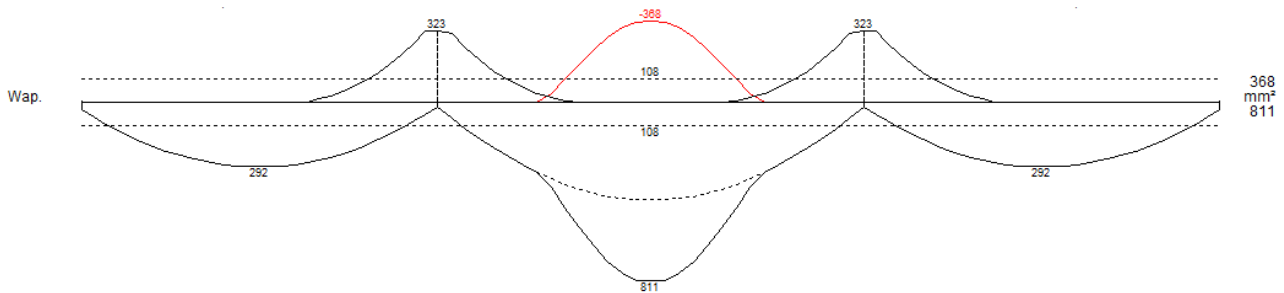
Volgende lasten grijpen aan:

- Het eigengewicht: 5,15kN/m  
Dit eigengewicht wordt automatisch berekend indien de opties 'eigengewicht verrekenen' en 'met plaatbreedtes' bij aangevinkt staan.  
Gezien de werkelijke flensbreedte groter is dan de effectieve flensbreedte dient men in de eerste fase nog een bijkomende permanente last van 0,6kN/m ( $= 2 \cdot 0,15m \cdot 0,08m \cdot 25kN/m^3$ ) te definiëren.

- Na verharden van de constructie
  - permanente last: 2kN/m
  - nuttige last A: 3kN/m die per overspanning aan- of afwezig zijn



ConCrete geeft het volgende momenten- en wapeningslijn:



In de uiterste velden hoeft geen bijkomende wapening geplaatst ten behoeve van de bruikbaarheidsgrenstoestanden BGT. In het middenveld daarentegen is een supplementaire trek- en drukwapening vereist. De horizontale stippellijn is de minimum wapening.

ConCrete geeft de uiteindelijk wapeningshoeveelheden die nodig zijn om aan alle stappen te voldoen. Afhankelijk van de beschouwde doorsnede kan een andere fase bepalend zijn geweest. Het is goed om de verschillende stappen even te doorlopen om het uiteindelijke resultaat beter te begrijpen.


## 3.2. Dimensionering UGT

### 3.2.1. Isostatisch 1ste fase (STAP 1)

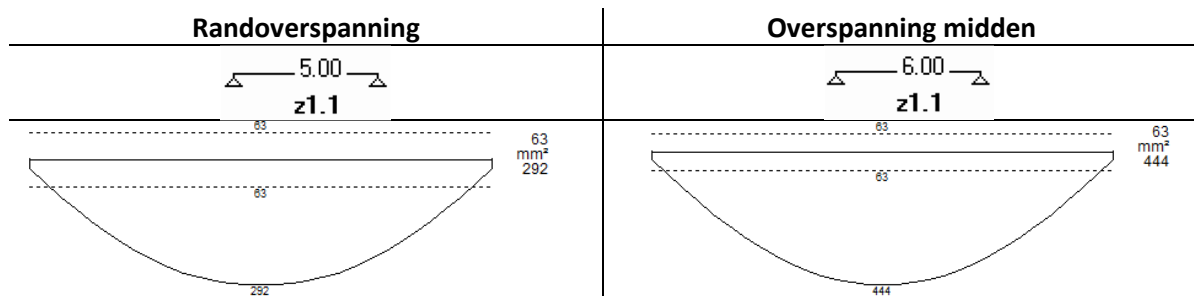
In de eerste stap worden de liggers (R200/250) isostatisch opgelegd. De belasting bestaat enerzijds uit

- het eigengewicht van de ligger (automatisch door ConCrete bepaald)
 
$$0,2m \cdot 0,25m \cdot 25kN/m^3 = 1,25kN/m$$
- anderzijds uit het eigengewicht van de te storten plaat
 
$$0,15m \cdot 1,2m \cdot 25kN/m^3 = 4,5kN/m$$

Gezien het gaat om een dimensionering in uiterste grenstoestand, schakelen we de spanningscontroles in de

bruikbaarheidsgrenstoestanden uit . Eventueel kunnen we de toegelaten staalspanning onder ZC vermeerderen, maar naar alle waarschijnlijk is deze voorwaarde niet beperkend.


Hieruit volgen volgende wapeningen:

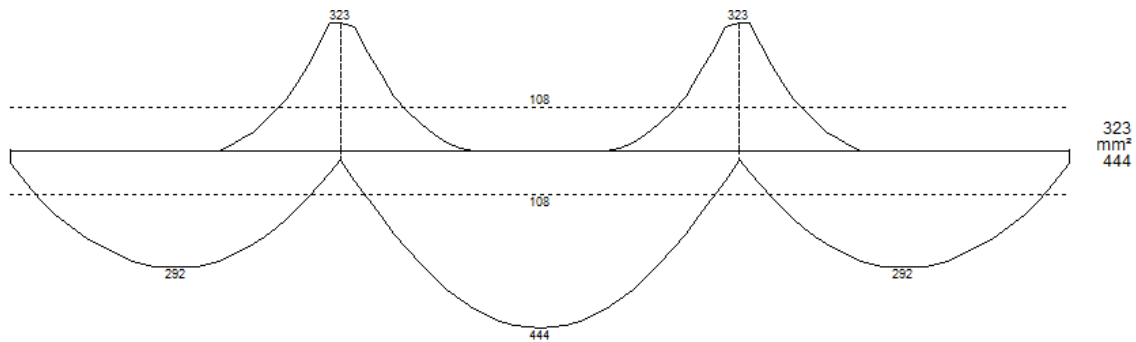


De veldwapening in de randoverspanningen stemt overeen met deze in de definitieve fase. Dit doet reeds vermoeden dat er in deze velden geen extra wapening moet worden geplaatst, ten gevolge van de controle in BGT, noch ten gevolge van de dimensionering in tweede fase.

De veldwapening in de midden overspanning vinden we terug als  $811\text{mm}^2 - 368\text{mm}^2 = 443\text{mm}^2$ .

### 3.2.2. Hyperstatisch 2de fase (STAP 2)

Vervolgens worden ligger en plaat hyperstatisch doorgerekend. Gezien het gaat om een berekening in de uiterste grenstoestand, schakelen we opnieuw de controle van de betonspanningen uit . Het volgende wapeningsvoorstel wordt gegeven:



De hyperstatische veldmomenten zijn kleiner dan de isostatische in eerste fase, zodat geen bijkomende veldwapening moet worden geplaatst. De steunpuntwapening stemt reeds overeen met het uiteindelijke wapeningsvoorstel.

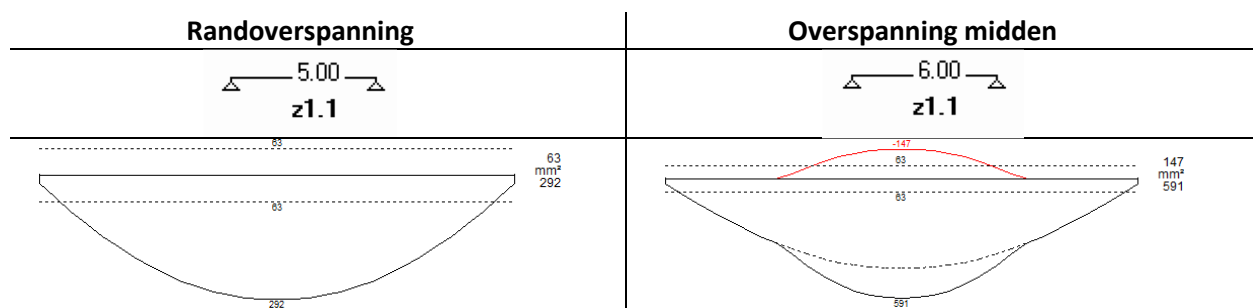
### 3.3. Dimensionering BGT

Op dit ogenblik is de bezwijkweerstand van de ligger toereikend. Er rest ons nog een controle uit te voeren in de gebruiksgrenstoestand. We gaan met andere woorden na of de spanningen in het beton en het staal kleiner zijn dan de maximaal toegelaten spanningen gedefinieerd in het dialoogvenster 'Beton' 'en' 'Staal'. Worden deze spanningen overschreden, dan wordt wapening bijgeplaatst.

#### 3.3.1. Isostatisch 1ste fase (STAP 3)

De liggers worden opnieuw isostatisch opgelegd. De doorsnede met de grootste betonspanningen bevindt zich in het midden van de overspanning. We zorgen er ditmaal voor dat de vakjes voor de spanningscontrole aangevinkt staan.

Beschouwen we in eerste instantie de wapeningslijnen welke door concrete worden voorgesteld voor de twee overspanningen:



In de randoverspanningen wordt, zoals verwacht, geen extra wapening voorzien. In de middelste overspanning daarentegen wordt de wapeningssectie iteratief verhoogd ten gevolge van de overschreden drukspanningen. Men moet dus in principe drukwapening (bovenwapening) bijplaatsen. Echter, in ConCrete is geopteerd om zowel onder- als bovenwapening met een zelfde hoeveelheid te vermeerderen, omdat:

- De supplementaire drukwapening slechts werkt op beperkte capaciteit. Immers, de rek van de vezel ter hoogte van de bovenwapening overschrijdt zelden de 1 promille.
- De werklijn van de drukzone (gedrukt beton + drukwapening) komt lager te liggen. Om het zelfde moment te kunnen opnemen, moet de staalkracht in de trekzone toenemen. Deze trekwapening ligt in



vele gevallen reeds zeer dicht tegen de vloeigrens, zodat men er goed aan doet de trekwapening te vermeerderen.

- Bovendien zorgt het bijplaatsen van trekwapening dat de neutrale lijn lager komt te liggen. Belangrijk hierbij is dat de drukzone groter wordt en dat met andere woorden meer beton wordt gesolliciteerd.

Een eenvoudige handberekening leert dat de voorgestelde wapening inderdaad tegemoet komt aan de spanningscontrole in BGT:

- **Bepaling van de neutrale lijn** (enkelvoudige buiging – dubbelgewapende rechthoekige doorsnede). De neutrale lijn wordt bepaald als het zwaartepunt van de fictieve doorsnede (gedrukt beton+  $\alpha$ .wapeningen)

$$0,5bx_e^2 + (\alpha - 1)A_{s2}(x_e - d_2) = \alpha A_{s1}(d - x_e) \Rightarrow x_e = 94,8mm$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{c,\infty}} = 15, d_1 \cong 40mm \text{ en } d_2 \cong 35mm \text{ (als de betondekking gelijk is aan 30mm)}$$

- **Berekening van het gescheurde traagheidsmoment**

$$I_g = \frac{bx_e^3}{3} + (\alpha - 1)A_{s2}(x_e - d_2)^2 + \alpha A_{s1}(d - x_e)^2 \Rightarrow I_g = 181\,805\,352mm^4$$

- **Bepaling van de betonspanningen**

Het veldmoment in BGT QP/ZC bedraagt 25,875kNm

$$\sigma_c = \frac{M_{Ed}x_e}{I_g} = 13,5N/mm^2 < 13,5N/mm^2$$

$$\sigma_{s1} = \alpha \frac{M_{Ed}(d - x_e)}{I_g} = 232,99N/mm^2 < 400N/mm^2$$

$$\sigma_{s2} = \alpha \frac{M_{Ed}(x_e - d_2)}{I_g} = 128,08N/mm^2 < 400N/mm^2$$

Algemeen leidt het plaatsen van gelijke supplementaire trek- en drukwapening tot een verantwoorde wapeningshoeveelheid. Echter, de constructiewijze laat ons in deze fase niet toe enige drukwapening aan te brengen. Deze wordt pas voorzien bij het storten van de plaat. Compensatie van de betondrukspanningen gebeurt hier dus enkel door het toevoegen van een supplementaire trekwapening. In situaties waarbij de belasting in eerste fase niet gering is, kan dit leiden tot zeer hoge en onrealistische wapeningshoeveelheden.

Het iteratieve proces laat ons uiteraard niet toe deze vereiste wapening met de hand te berekenen. Een bewuste keuze van  $A_{s1}$  laat ons echter toe een controleberekening uit te voeren. We kiezen daarom  $A_{s1} = 811mm^2$ , de maximale wapeningssectie in de resulterende wapeningslijn.

- **Bepaling van de neutrale lijn** (enkelvoudige buiging – enkelvoudig gewapende rechthoekige doorsnede).

$$0,5bx_e^2 = \alpha A_{s1}(d - x_e) \Rightarrow x_e = 110,2mm$$

- **Berekening van het gescheurde traagheidsmoment**

$$I_g = \frac{bx_e^3}{3} + \alpha A_{s1}(d - x_e)^2 \Rightarrow I_g = 210\,600\,750mm^4$$

- **Bepaling van de betonspanningen**

Het veldmoment in BGT QP/ZC bedraagt 25,875kNm

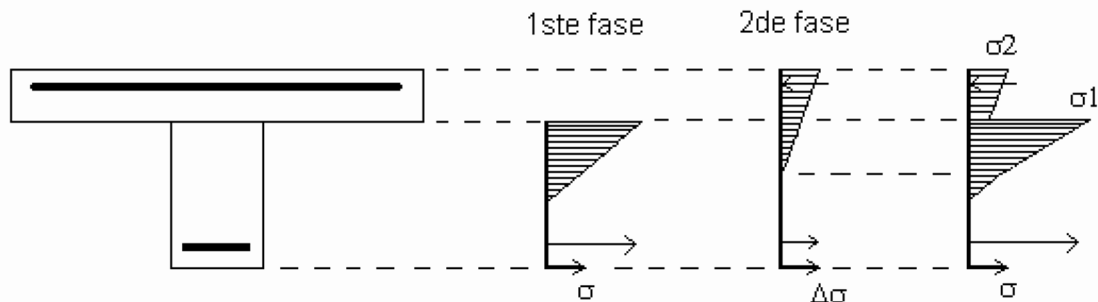
$$\sigma_c = \frac{M_{Ed}x_e}{I_g} = 13,5N/mm^2 < 13,5N/mm^2$$

We besluiten dat de voorgestelde sectie net voldoet opdat de betonspanning in de meest gedrukte vezel toelaatbaar zou zijn. Fysisch gezien is de neutrale lijn zo verschoven dat geen bijkomende drukwapening moet voorzien worden.

Op dit ogenblik is dus ook de wapening in het middenveld bewezen. Rest ons nog de bovenwapening in dit veld te verantwoorden.

### 3.3.2. Hyperstatisch 2<sup>de</sup> fase (STAP 4)

Tot slot dienen we de spanningen te controleren in de definitieve fase. We bepalen daartoe de spanningen ten gevolge van de bijkomende belasting werkzaam op de T-doorsnede.



Uit het voorgaande hoeft het geen betoog dat de toelaatbare spanning net onder de plaat bij de minste belasting opnieuw overschreden zal worden. Het is dan ook deze vezel die onze aandacht trekt. In het bijzonder worden ook de bovenvezel van de plaat en de staalspanningen gecontroleerd.

Alvorens het iteratieve proces aan te vatten, plaatst ConCret een supplementaire bovenwapening ( $A_{s2} = 811\text{mm}^2 - 444\text{mm}^2 = 368\text{mm}^2$ ) die gelijk is aan de extra trekwapening, gedefinieerd in de eerste fase.

De verdere berekening gaat als volgt:

- **Bepaling van de neutrale lijn (T-doorsnede)**

We nemen in eerste instantie aan dat de neutrale lijn in de tafel ligt.

$$0,5b_f x_e^2 + (\alpha - 1)A_{s2}(x_e - d_2) = \alpha A_{s1}(d - x_e) \Rightarrow x_e = 78,5\text{mm}$$

$$x_e < 150\text{ mm}, \text{ m.a.w. de veronderstelling is correct}$$

- **Berekening van het gescheurde traagheidsmoment**

$$I_g = \frac{b_f x_e^3}{3} + (\alpha - 1)A_{s2}(x_e - d_2)^2 + \alpha A_{s1}(d - x_e)^2 \Rightarrow I_g = 181\,805\,352\text{mm}^4$$

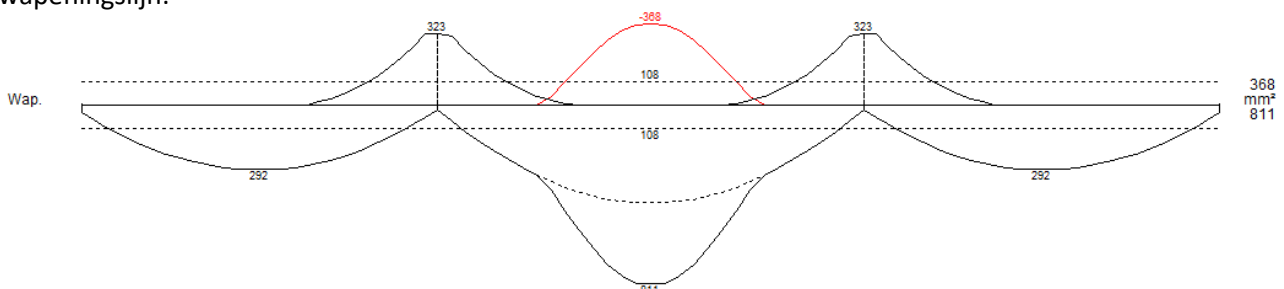
- **Bepaling van de betonspanningen**

$\Delta M$  in BGT QP bedraagt 9,21kNm

$$\sigma_{c1} = 13,5\text{N/mm}^2 < 13,5\text{N/mm}^2 \text{ (geen extra spanning)}$$

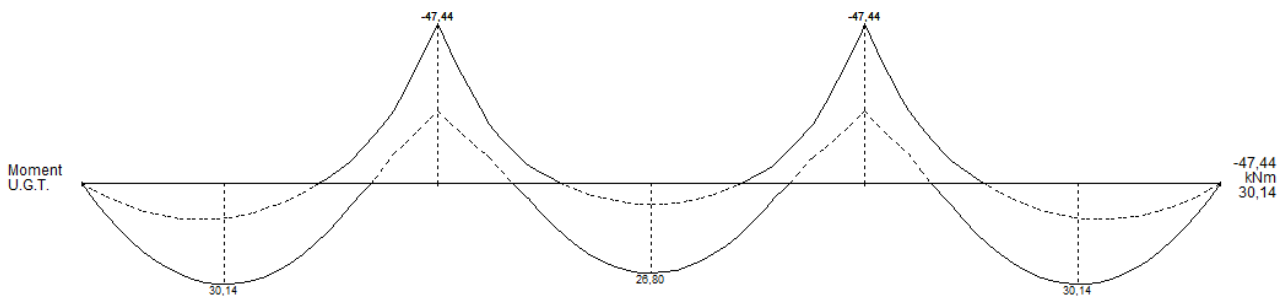
$$\sigma_{c2} = \alpha_{12} \frac{M_k \cdot x_e}{I_g} = 0,6\text{N/mm}^2 < 0,45 \cdot 25\text{N/mm}^2 = 11,25\text{N/mm}^2$$

De toelaatbare betonspanningen worden niet overschreden. Er hoeft bijgevolg geen bijkomende wapening geplaatst. Omdat de neutrale lijn in de tafel ligt en de toelaatbare spanning in de uiterste vezel nog lang niet bereikt wordt, kunnen we bovendien vermoeden dat een bijkomende 2de fase-belasting in het middenveld de veldwapening niet zal doen toenemen. Bij wijze van besluit geven we hieronder nogmaals de resulterende wapeningslijn:



### Opmerkingen:

- We veronderstellen het beton in de 2de fase gescheurd onder de neutrale lijn. In tegenstelling tot voorgespannen beton (volledige doorsnede onder druk) begrijpt men dat dit een louter theoretische bewerking is. De neutrale lijn zal in werkelijkheid lager liggen door de aanwezigheid van de drukspanningen uit de eerste fase.
- De 'samengestelde doorsnede' bevat beton van de eerste fase en beton van de tweede fase. Bijgevolg is ook hun elasticiteitsmodulus verschillend ( $E_{c1} > E_{c2}$ ). Gezien de werking als samengestelde doorsnede, nemen de beide componenten spanningen op die evenredig zijn met hun elasticiteitsmodulus. Men houdt hier automatisch rekening mee door een fictieve doorsnede te beschouwen die bekomen wordt als  $A_{c1} + \alpha_{12} \cdot A_{c2}$  met  $\alpha_{12} = E_{c2}/E_{c1}$ . De spanningen in het beton van de tweede fase die uitgaande van de karakteristieken van de fictieve doorsnede berekend worden, dienen eveneens met  $\alpha_{12}$  vermenigvuldigd te worden.
- De momentenlijn in het venster "Grafieken" is geen omhullende momentenlijn van de verschillende fasen maar weerspiegelt enkel de 2de fase. U vindt er met andere woorden de momenten van de 1ste fase niet in terug.



- We vermelden volledigheidshalve dat de scheurwijdte en de gescheurde doorbuigingsberekening berekend worden zonder deze fasering in rekening te brengen.